**MO 21 – Telesá**

**Teleso** - trojrozmerný ohraničený geometrický útvar v priestore

**Mnohosten** - množina všetkých bodov ležiacich vnútri a na povrchu ohraničeného priestorového útvaru (V,S)

**Vrcho**l - spoločný bod 3 alebo viacerých stien mnohostena

**Hrana** – úsečka tvoriaca prienik 2 stien mnohostena

**Stena** - každý hraničný mnohouholník mnohostena

**Sieť telesa** - povrch telesa rozvinutý do roviny ,skladá sa z bočných stien (plášťa) a podstáv

**Rovnobežnosten** - Teleso, ktorého dvojice protiľahlých strán sú zhodné rovnobežníky

 Steny = štvorec, obdĺžnik, kosoštvorec, kosodĺžnik,Kocka, kváder

**Hranolovité teleso** - ktorého podstavy tvoria zhodné mnohouholníky

 Hrany zvislé na podstavy sú rovnobežné

**Ihlanovité teleso** - ktorého 1 stena (základňa) je n-uholníková podstava a všetky ostatné steny sú trojuholníky so spoločným vrcholom (V)

**Rotačné teleso** - ktoré vzniklo rotáciou rovinnej oblasti (plochy) ohraničenej uzavretou krivkou okolo priamky alebo osi (valec, kužeľ, zrezaný kužeľ, guľa,)

 **Povrch a objem kocky** S = 6. a2 V = a3

 **Povrch a objem kvádra**: S = 2.(ab + bc + ac) V = a.b.c

 **Povrch a objem ihlana** Sp = r2 Spl = 4. a.va/2 V = 1/3 . v . Sp

**Povrch a objem zrezaného ihlana**  S = Sp1 + Sp2 + Spl V = 1/3.v. (Sp1 + √ Sp1.Sp2 + Sp2)

 **Povrch a objem valca** S = 2.π.r.(v + r) V = π. r2.v

 **Povrch a objem rotačného kužeľa** S = π.r.(r+s) V = 1/3. π. r2.v

**Povrch a objem zrazeného kužeľa** S = π.(r12  + r22) + π.(r1  + r2).s V = 1/3 . π.v .(r12  + r1. r2  + r22

**Povrch a objem Gule** S = 4. π. r2 V = 4/3 . π. r3

**Stereometria MO 22-23**

**Rovina**- je dvojrozmerný geometrický útvar, ktorý si môžeme predstaviť ako neobmedzenú rovnú plochu môže byť určená :

* **troma rôznymi bodmi**,
* **priamkou a bodom**, **ktorý neleží na tejto priamke**,
* **dvoma rovnobežnými netotožnými priamkami**

**Vzájomná poloha priamky a roviny :**

* Priamka **leží v rovine** - majú nekonečne veľa bodov spoločných
* Priamka je **rovnobežná s rovinou** -nemajú žiadny spoločný bod
* Priamka je **rôznobežná s rovinou** -majú jeden spoločný bod

**Vzájomná poloha dvoch rovín :**

* Roviny sú **rovnobežné** - nemajú spoločný bod
* Roviny sú **totožné** - majú všetky body spoločné,roviny splývajú, sú rovnobežné a totožné
* Roviny sú **rôznobežné** - majú spoločnú priamku -táto priamka sa volá priesečnica
* Všetky tri roviny sú **rovnobežné**

**Vzájomná poloha 3 rovín :**

* **Dve roviny** sú **rovnobežné** a **tretia** je **rôznobežná** -ich priesečnice sú navzájom rovnobežné
* **Všetky tri roviny sú navzájom rôznobežné** -majú **tri rovnobežné priesečnice** -majú **jednu spoločnú priesečnicu** -majú **jeden spoločný bod** tým bodom prechádzajú aj ich priesečnice

**Kritérium rovnobežnosti a kolmosti priamky a roviny :**

* Priamka je rovnobežná s rovinou práve vtedy, keď je rovnobežná s priamkou roviny
* Ak sú dve roviny navzájom rovnobežné, tak každá priamka jednej z nich je rovnobežná s druhou rovinou.
* Ak priamky a, b sú rovnobežky a priamka b je rovnobežná s rovinou α, tak je aj priamka a rovnobežná s rovinou α.
* Ak priamky a, b sú rovnobežky aj priamky b, c sú rovnobežky, tak sú aj priamky a, c rovnobežky.
* Ak priamka a je rovnobežná s rovinou α, ktorá je rovnobežná s rovinou β, tak je priamka a rovnobežná s rovinou β.
* **Priamka je kolmá na rovinu práve vtedy, keď je kolmá na všetky priamky tejto roviny**
* Existuje jediná priamka prechádzajúca daným bodom a kolmá na danú rovinu.
* Existuje jediná rovina prechádzajúca daným bodom a kolmá na danú priamku
* Priamkou, ktorá nie je kolmá na danú rovinu, prechádza práve jedna rovina kolmá na danú rovinu.

**Kritérium rovnobežnosti a kolmosti dvoch rovín :**

* **Dve roviny sú rovnobežné práve vtedy, keď jedna z rovín obsahuje dve rôznobežky, ktoré sú rovnobežné s druhou rovinou.**
* Ak roviny α, β sú rovnobežné aj roviny β, γ sú rovnobežné, tak je aj rovina α rovnobežná s rovinou γ.
* Existuje práve jedna rovina prechádzajúca daným bodom a rovnobežná s danou rovinou.
* **Dve roviny sú kolmé práve vtedy, ak jedna z nich obsahuje priamku kolmú na druhú rovinu.**
* ( Veta o priemete pravého uhla ) Kolmým priemetom dvoch kolmých priamok do roviny sú kolmé priamky, ak aspoň jedna z priamok je rovnobežná s rovinou a druhá nie je na rovinu kolmá.

**Rez telesa rovinou** : Je rovinný útvar, ktorého hranicou je prienik telesa a roviny rezu

* Zostrojiť rez telesa rovinou znamená zostrojiť priesečnice danej roviny s rovinami, v ktorých ležia jednotlivé steny telesa

**Metrické úlohy :** Metrickými vlastnosťami útvarov nazývame odchýlky a vzdialenosti útvarov.

**Vzdialenosť bodu od priamky** v priestore určíme tak, ako vzdialenosť bodu od priamky v rovine, pretože bod a priamka (ktorá ním neprechádza) určujú rovinu.

**Vzdialenosť bodu od roviny** je vzdialenosť bodu A od jeho pravouhlého priemetu A´ do roviny α označujeme |Aα |.

**Vzdialenosť dvoch rovnobežných priamok** je vzdialenosť ľubovoľného bodu jednej priamky od druhej priamky.

**Vzdialenosť dvoch rovnobežných rovín** je vzdialenosť ľubov. bodu jednej roviny od druhej.

**Uhol dvoch rovín** je zhodný s uhlom kolmíc na tieto roviny

**Uhol dvoch rovnobežných rovín** - nulový uhol,roviny sú kolmé, ak je ich uhol **pravý**

**Uhol priamky a rovinou** - uhol priamky a jej kolmého priemetu do roviny **-**uhol priamky s rovinou je **pravý** , ak je priamka kolmá na rovinu

**MO 25 – Analytická geometria v rovine priamka a kružnica**

1**.Parametrická rovnica priamky :**

* O týchto vektoroch platí AX = tu (pričom t ∈ R), číslo t nazývame **parameter**.
* Rovnica: **p: X = A + t.v**

**2.Všeobecná rovnica priamky**

* ax + by + c = 0

**Vzájomná poloha priamok : v** akom vzťahu sú ich smerové vektory.

* 3 prípady:

**1. priamky sú ROVNOBEŽNÉ RÔZNE**

p: ax + by + c = 0 q: kax + kby + c´ = 0 kc ≠ c´; k∈R. Píšeme p∩q = ∅

**2. priamky sú ROVNOBEŽNÉ ZHODNÉ (TOTOŽNÉ)**

p: ax + by + c = 0 q: kax + kby + kc = 0; k∈R Píšeme p∩q = p = q

**3. priamky sú RÔZNE**

p: a$1$x + b$1$x + c$1$ = 0 q: a$2$x + b$2$x + c$2$ = 0, čiže keď súčastne neplatí niektorá rovnosť

a$1$ = ka$2$ , b$1$ = kb$2$ , pričom k∈R Píšeme p∩q = {P} -> P = PRIESEČNÍK priamok

MO 26 – Analytická geometria v priestore

**Parametrické vyjadrenie priamky :** bod A(a1,a2,a3,) a smerovým vektorom u (u1,u2,u3)

X=A+t.u

Tak potom =

* x=a1+t.u1
* y=a2+t.u2
* z=a3+t.u3

**Parametrická rovnica roviny:**

Rovina je určená bodom *A(a1, a2, a3)* a dvoma smerovými vektormi $\vec{u}$*(u1, u2, u3)* a $\vec{v}$(v1, v2, v3), ktoré sú rôznobežné.

Rovnicu ***ρ:* X= A + t.**$\vec{u}$**+ s.**$\vec{v}$.

* Zápis pomocou súradníc:

 x= a1 + t.$\vec{u}$1 + s.$\vec{v}$1

 y= a2 + t.$\vec{u}$2 + s.$\vec{v}$2

 z= a3 + t.$\vec{u}$3 + s.$\vec{v}$3 t, s (parametre) ∈ R

**Všeobecná rovnica roviny**

 **ax+ by+ cz+ d= 0**

* a, b, c = súradnice normálového vektora $\vec{n} $(a,b,c)
* x, y, z = súradnice ľubovoľného bodu roviny A(x, y, z)

**Uhol dvoch rovín** α a β je definovaný ako ostrý uhol, ktorý zvierajú ich normálové vektory $\vec{n}$α a $\vec{n}$β. Vypočítame ho pomocou skalárneho súčinu:

$\cos(φ)=\frac{\left|\vec{n}α .  \vec{n}β\right|}{\left|\vec{n}α\right| . \left|\vec{n}β\right|}$

**Uhol priamky** *p* a **roviny** *α* je definovaný ako ostrý uhol, kt. zviera priamka *p* so svojím kolmým priemetom do roviny α.

Uhol, kt. zviera smerový vektor priamky s normálovým vektorom roviny vypočítame pomocou skalárneho súčinu:

**cos α1** $=\frac{\left|\vec{u} . \vec{v}\right|}{\left|\vec{u}\right| . \left|\vec{v}\right|}$

**Vzdialenost bodu od roviny:**

Máme bod v priestore A [a1, a2, a3] a rovinu vyjadrenú všeobecnou rovnicou ax + by + cz + d = 0. Vzdialenosť bodu od tejto roviny určíme podľa vzťahu:

